

Nome:

Cognome:

**Esame di Geometria per Ing. Civile-Ambientale - Luglio 2016**

**Scrivere le risposte nelle apposite parentesi quadrate. Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta su questo foglio. Non verranno valutate le risposte prive di giustificazione.**

Sia  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$  la matrice associata all'endomorfismo  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  rispetto alle basi canoniche.

- 1) Determinare una base di  $Ker f$  e una base di  $Im f$ .  
[ base di  $Ker f$ : \_\_\_\_\_ ; base di  $Im f$ : \_\_\_\_\_ ]
- 2) Dire se  $v = (2, -2, 0) \in Im f$ . In caso di risposta affermativa, trovare un vettore  $w$  tale che  $f(w) = v$ .  
[ \_\_\_\_\_ ]
- 3)  $A$  e' diagonalizzabile? Se lo e' trovare una matrice diagonale simile ad  $A$ .  
[ \_\_\_\_\_ ]
- 4) Determinare un polinomio  $P(X) \in \mathbb{R}[X]$  di grado 2 tale che  $P(i) = 1$  e  $P(1) = 3$ .  
[ \_\_\_\_\_ ]
- 5) Scrivere in forma esponenziale i numeri complessi  $z_1 = -1 + i\sqrt{3}$  e  $z_2 = -2e^{\frac{\pi}{4}i}$ .  
[  $z_1 =$  \_\_\_\_\_ ;  $z_2 =$  \_\_\_\_\_ ]
- 6) Sia  $V \subset \mathbb{R}^4$  il sottospazio generato da  $G = \{(1, 2, 0, 0), (0, 2, 2, 0), (1, 2, 3, 4), (0, -2, 1, 4)\}$ . Estrarre da  $G$  una base  $B$  di  $V$  e completarla a base di  $\mathbb{R}^4$ .  
[  $B$ : \_\_\_\_\_ ; base di  $\mathbb{R}^4$ : \_\_\_\_\_ ]
- 7) Scrivere un'equazione per il piano  $\alpha$  contenente la retta  $x - 2y + 2z - 1 = y - 3z = 0$  e il punto  $P(0, 1, -1)$ .  
[ \_\_\_\_\_ ]
- 8) Definire una trasformazione lineare  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  tale che  $Ker f = \{x - y = z = 0\}$   
[ \_\_\_\_\_ ]
- 9) Per quali valori di  $h \in \mathbb{R}$  la conica  $x^2 + 2hxy + 4y^2 + 2hy = 0$  e' una iperbole? e per quali passa per il punto (1,1)?  
[ \_\_\_\_\_ ]
- 10) Sia  $B$  una matrice quadrata. Completare la seguente frase:  $B$  e' diagonalizzabile se e solo se ....  
[ \_\_\_\_\_ ]

**GIUSTIFICAZIONI delle risposte date:**