

ESAME di GEOMETRIA - 7 febbraio 2017

Scrivere le risposte nelle apposite parentesi. Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta. Non verranno valutate le risposte prive di giustificazione.

Sia dato il numero complesso $z_0 = \frac{1}{16}i^{41}(\sqrt{2} + i\sqrt{2})^5$.

1) Determinare parte reale e parte immaginaria di z_0 [$\sqrt{2}$; $-\sqrt{2}$]

2) Trovare un polinomio $P(x) \in \mathbb{R}[x]$ che abbia $(3 + 2i)$ come radice e tale che $P(1) = 2$.
[$1/4(x^2 - 6x + 13)$]

3) Per quali valori di $h \in \mathbb{R}$ il seguente sistema lineare non ha soluzioni?

$$\begin{pmatrix} h-1 & 2h & -(h+1) \\ 2 & 1-h & 0 \\ 1 & -h & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h+1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

[$h \neq -1$]

4) Per $h = -1$ trovare una base del sottospazio delle soluzioni del sistema lineare dell'esercizio 3).

[$\{(1, -1, 0)\}$]

Sia $h \in \mathbb{R}$ e sia data la conica $C: x^2 + 2hxy + y^2 - 4x = 0$.

5) Determinare i valori di h per i quali la conica C è una ellisse. [$-1 < h < 1$]

6) Per $h = 2$ trovare una forma canonica per C . [$3x^2 - y^2 + 4/3 = 0$]

7) Trovare la distanza della retta $x = y = z$ dal piano $x - 2y + z = 2$. [$\sqrt{6}/3$]

Sia data la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

8) Determinare se la matrice A è diagonalizzabile e, se lo è, trovare una matrice diagonale Δ e una invertibile

P tali che $\Delta = P^{-1}AP$. [$\Delta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}; P = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.]

9) Se A è la matrice rispetto alle basi canoniche di una trasformazione lineare $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, trovare una base per il nucleo di f e dire se f è iniettiva. [$((-2, 1, 0), (0, 0, 1))$; non è iniettiva]

10) Definire la matrice associata ad una trasformazione lineare $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ rispetto alle basi canoniche e dire quante righe e colonne ha.

[È la matrice che ha per colonne le immagini degli elementi della base canonica di \mathbb{R}^3 ; ha 3 righe e tre colonne]