

Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta. Non verranno valutate le risposte prive di giustificazione.

1) Definire una trasformazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tale che $(2, 1, 0) \in \ker f$ e $f(1, 0, 0) = (1, 1)$.

[]

2) Calcolare $f(0, 1, 0)$ (f come in es. 1).

[]

3) Sia $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ la trasformazione lineare tale che $g(1, 0, 0) = (1, 1)$, $g(0, 0, 1) = (3, 3)$, $g(2, 1, 0) = (0, 0)$. Scrivere la matrice associata a g rispetto alle basi canoniche.

[$\left(\begin{array}{ccc} & & \end{array} \right)$]

4) Trovare l'inversa della matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

[$\left(\begin{array}{ccc} & & \end{array} \right)$]

5) Determinare quante soluzioni ha il seguente sistema lineare al variare di $h \in \mathbb{R}$:

$$\begin{pmatrix} h-1 & 1 & 1 \\ 2 & h & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-h \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

[]

6) Siano $P = (1, 0, 1)$, $A = (0, 1, 0)$, $B = (-1, 0, 0)$. Determinare la proiezione ortogonale di P sulla retta AB .

[]

7) Determinare equazioni cartesiane per la retta AB (vedi es. 6).

[]

8) Trovare le soluzioni in \mathbb{C} dell'equazione: $z^4 - 16i = 0$.

[]

9) Trovare una forma canonica per la conica $x^2 + 2xy - 4y^2 + 2x = 0$.

[]

10) Sia $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ un endomorfismo. Scrivere la definizione di autospazio di f .