

Nome Cognome.....Corso.....

ESAME di GEOMETRIA - Gennaio 2018

Scrivere le risposte nelle apposite parentesi. Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta. Non verranno valutate le risposte prive di giustificazione.

Sia dato il numero complesso $z_0 = 8(1 + i)^6$.

- 1) Determinare parte reale e parte immaginaria di z_0 []
2) Risolvere in \mathbb{C} solo graficamente l'equazione $z^6 = z_0$ []

- 3) Quante soluzioni ha, al variare di $h \in \mathbb{R}$ il sistema lineare $\begin{pmatrix} 4 & h & 1 \\ 1 & h & 0 \\ h & 2h & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ h \end{pmatrix}$.
[]

Sia $h \in \mathbb{R}$ e sia data la conica $C: x^2 + 2xy + hy^2 + 2hy + 2h = 0$.

- 4) Per quali valori di h la conica C e' un'iperbole? []
5) Per $h = 1$ trovare una forma canonica per C . []
6) Trovare la distanza fra le rette $x = y - z = 0$ e $x + y + 1 = z = 0$. []

Sia data la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 2 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

- 7) Determinare gli autovalori di A e dire se la matrice A e' diagonalizzabile. []
8) Determinare, se esiste, l'inversa di A . []

- 9) Sia $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ una trasformazione lineare tale che $f(1, 1, 1) = (1, 1, 1)$, $f(0, 0, 1) = (1, 1, 2)$, $f(0, 1, 1) = (1, 1, 3)$. Trovare $f(1, 2, 3)$ e dire se f e' surgettiva. []

- 10) Enunciare il teorema di Rouché-Capelli.
[]