

Nome..... Cognome.....Corso di laureaanno.....

ESAME di GEOMETRIA - 10 gennaio 2020

Scrivere le risposte nelle apposite parentesi. Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta. Non verranno valutate le risposte prive di giustificazione.

Sia $\lambda \in \mathbb{R}$ e sia data la matrice: $A = \begin{bmatrix} \lambda - 1 & 1 & 1 \\ 0 & \lambda & 1 \end{bmatrix}$.

1) Trovare al variare di λ il numero di soluzioni del sistema lineare $A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda - 1 \end{bmatrix}$.

[]

2) Per $\lambda = 1$ determinare equazioni parametriche del sottospazio W di $\mathbb{R}^3$, formato dalle soluzioni del sistema lineare dell'esercizio 1).

[]

3) Per $\lambda = 0$, dire se la matrice $B = AA^t$ è diagonalizzabile. Se lo è, determinare una matrice diagonale simile ad B

[]

4) Determinare un polinomio di grado minimo $P(x) \in \mathbb{C}[x]$ tale che $P(2i) = 0$ e $P(2 + i) = i$.

[]

5) Trovare un piano perpendicolare alla retta $x - y = x + 2z - 1 = 0$ e passante per l'origine.

[]

6) Trovare la proiezione ortogonale del punto $P(1, 2, 1)$ sul piano $x + 2z - 1 = 0$.

[]

7) Determinare la matrice associata mediante le basi canoniche ad un endomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ che abbia come immagine il sottospazio vettoriale generato da $\langle (1, 1, 0), (0, 2, 0) \rangle$.

[]

Sia C la conica $\{4hx^2 + 4xy + y^2 + 4x - 1 = 0\}$.

8) Per quali $h \in \mathbb{R}$ la conica C ha centro?.

[]

9) Per $h = 1$ trovare una forma canonica di C .

[]

10) Sia $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ un endomorfismo e sia 2 un suo autovalore. Scrivere la definizione di autovettore relativo all'autovalore 2.

[]