

Scrivere le risposte nelle apposite parentesi. Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta. Non verranno valutate le risposte prive di giustificazione.

Sia $\lambda \in \mathbb{R}$ e sia data la matrice: $A = \begin{bmatrix} \lambda & 1 & 2 \\ 0 & \lambda & 0 \\ -1 & 2\lambda & 8 \end{bmatrix}$.

1) Per quali λ la matrice A è invertibile?

[]

2) Per $\lambda = 0$, determinare se A è diagonalizzabile. Se lo è, determinare una matrice diagonale simile ad A

[]

3) Calcolare parte reale e parte immaginaria del seguente numero complesso:

$$z = \frac{(1 + \sqrt{3}i)^5}{(1 - \sqrt{3}i)^4}$$

[]

4) Sia $V \subset \mathbb{R}^3$ il sottospazio vettoriale generato da $\langle (1, 1, 0), (0, 2, 0) \rangle$, e sia $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x+y = 0\}$. Determinare una base per $V \cap W$.

[]

5) Definire un endomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ che abbia W dell'esercizio 4) come nucleo.

[]

6) Trovare il perimetro del triangolo che ha vertici nei punti ABC , ove $A(1, -2, 2)$, $B(1, 1, 0)$, $C(0, 0, 1)$.

[]

7) Trovare un piano parallelo alla retta $x - y - 5 = x - 2z - 7 = 0$ e passante per l'origine.

[]

Sia C la conica $\{4x^2 + 2xy + y^2 + 2x - 3 = 0\}$.

8) Trovare il centro Q di C , se esiste.

[]

9) Trovare una forma canonica di C e dire che tipo di conica è'.

[]

10) Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ un endomorfismo. Scrivere la definizione di matrice associata a f mediante le basi canoniche.

[]