Nome:

Cognome:

Corso:

Esame di Geometria. 28 Gennaio 2020

Scrivere le risposte nelle apposite parentesi. Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta. Non verranno valutate le risposte prive di giustificazione.

1) Calcolare $z_0 = (1+i)^6$ e poi determinare un polinomio $P(X) \in \mathbb{R}[X]$ di grado minimo e non nullo avente z_0 come radice.

[$z_0 =$; $P(X) =$]

2) Per quali valori di $h \in \mathbb{R}$ la conica $x^2 + 2hxy + 2y^2 + 2hy + 3 = 0$ e' una iperbole?

[]

3) Trovare la distanza del piano $x + y = 3$ dalla retta passante per i punti $(1,1,0)$ e $(2,2,-1)$.

[]

4) Determinare una base per il seguente sottospazio di $\mathbb{R}^4$:

$$W = \{(x, y, z, t) \mid y - 6z = y - 2t = 0\}.$$

[]

5) Studiare, al variare di $h \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni del seguente sistema lineare:

$$\begin{pmatrix} 0 & h-1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ h \\ 0 \end{pmatrix}$$

[]

6) Sia A la matrice dei coefficienti del sistema dell'esercizio 5). Per $h = 1$, A e' diagonalizzabile? Se lo e', determinare una matrice diagonale simile ad A.

[]

7) Definire una trasformazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tale che $(1, 2, 3)$ sia un autovettore con autovalore 3.

[]

8) Il triangolo di vertici $(1,2,1)$, $(2,1,1)$, $(0,0,1)$ e' rettangolo?

[]

9) Scegliere sul piano $\{x - z = 0\}$ due punti A,B e scrivere equazioni cartesiane della retta che li contiene

[A = ; B = ; retta :]

10) Siano $v_1, \dots, v_n$ vettori di uno spazio vettoriale V su un campo k . Completare la seguente frase:

[$v_1, \dots, v_n$ sono linearmente indipendenti se e solo se]