

Nome ..... Cognome.....Corso.....

ESAME di GEOMETRIA - 28 Gennaio 2020

Scrivere le risposte nelle apposite parentesi. Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta. Non verranno valutate le risposte prive di giustificazione.

1) Siano dati i numeri complessi  $\alpha = e^{\frac{5\pi i}{4}}$ ,  $\beta = \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{41}$ . Determinare modulo e argomento del prodotto  $\alpha \cdot \beta$ .

[ ]

2) Sia  $h \in \mathbb{R}$  e sia data la conica

$$C : x^2 - hy^2 + 2x + 2hy - 7h = 0.$$

Determinare per quali valori di  $h$  la conica  $C$  è un'ellisse.

[ ]

3) Per  $h = 2$  trovare una forma canonica per la conica dell'esercizio 2).

[ ]

4) Per  $h = 0$  determinare che tipo di conica è la conica dell'esercizio 2).

[ ]

5) Sia  $h$  un numero reale e sia data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 4h & 0 & 1 \\ 1 & 2h & -2 \\ 1 & 0 & h \end{pmatrix}.$$

Determinare la caratteristica di  $A$  al variare di  $h$ .

[ ]

6) Per  $h = 0$ , determinare una base per il nucleo della trasformazione lineare  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  associata alla matrice  $A$  dell'esercizio 5) mediante le basi canoniche.

[ ]

7) I tre punti  $(1, 2, 3)$ ,  $(2, 4, 6)$ ,  $(3, 6, 9)$  sono allineati? Se lo sono, trovare equazioni parametriche o cartesiane per la retta che li contiene.

[ ]

8) Per  $h = 0$ , determinare se la matrice  $A$  dell'esercizio 5) è diagonalizzabile. Se lo è, trovare una matrice una matrice diagonale  $\Delta$  simile ad  $A$ .

[ ]

9) Trovare equazioni parametriche per una retta passante per il punto  $P(1,1,4)$  e parallela al piano  $x + 2y - z = 0$ .

[ ]

10) Enunciare il teorema fondamentale dell'Algebra

[ ]