Nome ..... Cognome.....

Prova intermedia di GEOMETRIA - foglio 1 - Ing. Edile - 13.11.2002 -

Scrivere le risposte nelle apposite parentesi. Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta. Non verranno valutate le risposte prive di giustificazione.

A) Date le matrici $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, si consideri la funzione $\varphi : M_{2,3}(\mathbb{R}) \to M_{2,3}(\mathbb{R})$ definita da

$$\varphi(X) = XA + 2B.$$

1) φ è iniettiva? [ ]

2) φ è surgettiva? [ ]

3) Risolvere l'equazione $\varphi(X) = B$. $\begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}$

Infatti ...

B) Sia dato il numero complesso

$$z_0 = \left(\frac{(1-\sqrt{3}i)^{27}}{(-1+i)^{54}} \right)^7 .$$

1) Scrivere z_0 nella forma $a + ib$. [ ]

2) Scrivere z_0 nella forma $\rho e^{i\theta}$, con $\rho, \theta \in \mathbb{R}^+, 0 \leq \theta < 2\pi$. [ ]

3) Disegnare le soluzioni complesse dell'equazione $z^4 = e^i$.

Infatti ...

[ ]

Nome .... Cognome.......................................

ESAME di GEOMETRIA - foglio 2 - Corso A-EDILI - 13.11.2002 -

C) Determinare un polinomio $P(x) \in \mathbb{R}[x]$ che abbia $(2+3i)$ come radice di molteplicità 3 e tale che $P(0) = 2$.

$P(x) =$[ ]

Infatti ...

D) Dato il seguente sistema lineare:

$$\begin{pmatrix} \lambda^2-\lambda & 0 & \lambda-1 & 1 \\ 0 & \lambda & 1 & \lambda+1 \\ 0 & \lambda & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \lambda \\ \lambda^2-\lambda \end{pmatrix}$$

1) Determinare il numero di soluzioni al variare del parametro reale λ:

[ ]

2) Per i valori del parametro per cui le soluzioni del sistema sono un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$, determinare una base B di tale sottospazio.

[ ]

3) Completare la base B trovata al punto precedente, a base di $\mathbb{R}^4$.

[ ]

Infatti ...