

Nome ..... Cognome.....Corso di laurea in Ing. EDILE  
PROVA INTERMEDIA di GEOMETRIA - 13 gennaio 2005

Scrivere le risposte nelle apposite parentesi. Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta. Non verranno valutate le risposte prive di giustificazione.

1) Data la funzione  $f : \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{Q}$  definita da:

$$f = \begin{cases} \frac{n^2-2}{n} & \text{per } n \text{ pari} \\ n & \text{per } n \text{ dispari} \end{cases}$$

Determinare se  $f$  è iniettiva e se è surgettiva.

[ ]

2) Calcolare

$$z_0 = \frac{(1+i)^{15}(1-i)^3(1+i\sqrt{3})^6}{(-1-i)^{17}(-1+i)^{12}}.$$

[ ]

Sia

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & \lambda \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

3) Determinare, al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$ , il numero di soluzioni del sistema lineare  $A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ .

[

4) Per i valori di  $\lambda$  per cui  $A$  è invertibile, calcolare  $A^{-1}$ .

[

5) Sia  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  la trasformazione lineare associata mediante le basi canoniche alla matrice  $A$ .

a) Determinare, al variare di  $\lambda$ , basi per i sottospazi  $\text{Ker } f$  e  $\text{Im } f$ .

[ ]  
[ ]

b) Per  $\lambda = -3$  determinare equazioni cartesiane per  $\text{Im } f$ .

[ ]

6) Scrivere la definizione di caratteristica di una matrice  $A \in M_{m,n}(\mathbb{R})$ .

7) Scrivere la definizione di base di un  $\mathbb{R}$ -spazio vettoriale  $V$ .