

Nome Cognome.....Corso di laurea in Ing. EDILE
PROVA INTERMEDIA di GEOMETRIA - 13 gennaio 2005

Scrivere le risposte nelle apposite parentesi. Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta. Non verranno valutate le risposte prive di giustificazione.

1) Data la funzione $f : \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{Q}$ definita da:

$$f = \begin{cases} \frac{n^2-2}{n} & \text{per } n \text{ pari} \\ n & \text{per } n \text{ dispari} \end{cases}$$

Determinare se f è iniettiva e se è surgettiva.

[

]

2) Calcolare

$$z_0 = \frac{(1+i)^{15}(1-i)^3(1+i\sqrt{3})^6}{(-1-i)^{17}(-1+i)^{12}}.$$

[

]

Sia

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & \lambda \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

3) Determinare, al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni del sistema lineare $A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

[

4) Per i valori di λ per cui A è invertibile, calcolare A^{-1} .

[

5) Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la trasformazione lineare associata mediante le basi canoniche alla matrice A .

a) Determinare, al variare di λ , basi per i sottospazi $\text{Ker } f$ e $\text{Im } f$.

[]
[]

b) Per $\lambda = -3$ determinare equazioni cartesiane per $\text{Im } f$.

[]

6) Scrivere la definizione di caratteristica di una matrice $A \in M_{m,n}(\mathbb{R})$.

7) Scrivere la definizione di base di un \mathbb{R} -spazio vettoriale V .