

Nome Cognome.....Corso di laurea in Ing. EDILE
PROVA INTERMEDIA di GEOMETRIA - 27 gennaio 2005

Scrivere le risposte nelle apposite parentesi. Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta. Non verranno valutate le risposte prive di giustificazione.

1) Data la funzione $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$ definita da:

$$f = \begin{cases} 1 + \frac{n}{4} & \text{per } n \text{ pari} \\ n^2 + 1 & \text{per } n \text{ dispari} \end{cases}$$

Determinare se f è iniettiva, se è surgettiva, e trovare $f^{-1}\{2\}$.

[

]

2) Calcolare modulo e argomento di e^{z_0} , essendo

$$z_0 = \frac{(1+i)^{150}(1-i)^{12}}{(-1+i)^{160}}.$$

[

]

Sia

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & \lambda \\ 2 & \lambda & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

3) Determinare, al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni del sistema lineare $A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

[

4) Sia $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la trasformazione lineare associata mediante le basi canoniche alla matrice A . Determinare, al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$, se f è iniettiva e se è surgettiva.

[

Nome Cognome.....Corso di laurea in Ing. EDILE

5) Per $\lambda = -1$ determinare una base B dello spazio vettoriale $V \subset \mathbb{R}^4$ costituito dalle soluzioni del sistema lineare del problema **3)** e completare B a base di \mathbb{R}^4 .

[]

6) Dati due k -spazi vettoriali V e W , con basi $B = (b_1, \dots, b_n)$ ed $F = (f_1, \dots, f_m)$, rispettivamente, ed una funzione $f : V \rightarrow W$, scrivere quali condizioni devono verificarsi affinché f sia lineare e, per f lineare, definire la matrice associata ad f mediante le basi B ed F , illustrando quanto scritto con un esempio.