

Nome ..... Cognome.....Corso di laurea in Ing. EDILE  
ESAME di GEOMETRIA - foglio 1 - 14 giugno 2005

**Scrivere le risposte nelle apposite parentesi. Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta. Non verranno valutate le risposte prive di giustificazione.**

**1)** Determinare un polinomio  $P(x) \in \mathbb{R}[x]$  tale che  $P(1 - i) = P(1 - 2i) = 0$ , e  $P(0) = 1$ .  
[ ]

**2)** Calcolare modulo, argomento, parte reale e parte immaginaria del seguente numero complesso:  $z = \frac{8\sqrt{2}(1+i)^{20}}{(1-i)^{27}}$ . [ ]

**3)** Determinare se la la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$  definita da:  $f(x) = (1 + i)x$ , è iniettiva, surgettiva, bigettiva. [ ]

4) Sia  $\lambda \in \mathbb{R}$  e sia  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  la trasformazione lineare associata mediante le basi canoniche alla matrice  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & \lambda + 1 \\ 1 & 0 & \lambda - 1 \\ 1 & \lambda - 1 & 2 - \lambda \end{bmatrix}$ . Risolvere due a scelta fra i tre seguenti problemi (a), (b), (c):

(a) Determinare, al variare di  $\lambda$ , il numero di soluzioni del sistema lineare  $A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,

dire per quali valori di  $\lambda$  tali soluzioni formano un sottospazio  $W$  di  $\mathbb{R}^3$ , e per tali valori determinare equazioni parametriche per  $W$ .

(b) Trovare un valore di  $\lambda$  per cui  $f$  è iniettiva, e per tale valore determinare la matrice associata mediante le basi canoniche alla trasformazione lineare  $f^{-1} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ .

(c) Sia ora  $\lambda = 1$ . Determinare la matrice  $M_f^{E,K}$  associata a  $f$  mediante la base  $E = ((1, 1, 0), (0, 0, 1), (0, 1, 0))$  e la base canonica  $K$ .

(a) [ numero di soluzioni del s.l. : ]  
 [ valori di  $\lambda$  richiesti nel punto a): ]  
 [ equazioni parametriche per  $W$ : ]

(b) [valore di  $\lambda$  richiesto nel punto b):: ]  
 [ matrice associata ad  $f^{-1}$ : ]

(c) [  $M_f^{E,K}$ : ]

Nome ..... Cognome.....Corso di laurea in Ing. EDILE  
ESAME di GEOMETRIA - foglio 2 - 14 giugno 2005

Sia  $h \in \mathbb{R}$  e sia  $Q$  la quadrica  $\{2x^2 + 2xy + hy^2 + 3z^2 + 2x + h = 0\}$ .

1) Determinare per quali valori di  $h$  la quadrica  $Q$  è un cono.

[ ]

2) Per  $h = 1$  determinare il centro di  $Q$ , se esiste, e una forma canonica per  $Q$ .

[ ]

3) Per  $h = \frac{1}{2}$  determinare che tipo di quadrica è  $Q$ , specificando se è di tipo ellittico o iperbolico. [ ]

4) Per  $h = 0$  determinare le equazioni di almeno due rette giacenti su  $Q$ . [ ]