

Nome Cognome.....Corso di laurea in Ing. EDILE
PROVA INTERMEDIA di GEOMETRIA - 12 gennaio 2006

Scrivere le risposte nelle apposite parentesi. Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta. Non verranno valutate le risposte prive di giustificazione.

1) Determinare un polinomio $P(x) \in \mathbb{R}[x]$ tale che $P(2) = P(1 - 2i) = 0$, e $P(1) = 1$.

[]

2) Calcolare parte reale e parte immaginaria del numero complesso

$$z = \frac{(1 - i)^{16}(1 + i)^8}{1024}.$$

[]

Sia $\lambda \in \mathbb{R}$ e sia

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & \lambda \\ 2 + \lambda & \lambda & 2\lambda \end{bmatrix}.$$

3) Determinare, al variare di λ , il numero di soluzioni del sistema lineare $A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda - 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

[

Nome Cognome.....Corso di laurea in Ing. EDILE

4) Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la trasformazione lineare associata mediante le basi canoniche alla matrice A dell'esercizio 3).

a) Determinare, per quali $\lambda \in \mathbb{R}$, f è surgettiva.

b) Per $\lambda = 1$ trovare una base B per $\text{Ker}f$.

c) Completare B a base B' di \mathbb{R}^3 .

d) Per $\lambda = 1$ determinare la matrice $M_f^{E,E}$ associata a f mediante la base

$$E = ((1, 1, 0), (1, -1, 0), (0, 0, 1)).$$

[f è surgettiva per:]

[base B per $\text{Ker}f$:]

[base B' per \mathbb{R}^3 :]

[$M_f^{E,E}$:]