

Cognome..... Nome

Esame di GEOMETRIA per Ing. Edile - 17 gennaio 2008

Scrivere le risposte nelle apposite parentesi quadrate. Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta.

Sia data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4\lambda & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

1) Determinare quante soluzioni ha il seguente sistema lineare al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$:

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda - 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

2) Per $\lambda = 1$ la matrice A e' diagonalizzabile? Se lo è, determinare una matrice diagonale simile ad A .

3) Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la trasformazione lineare associata alla matrice A mediante le basi canoniche. Determinare i valori di λ per i quali il vettore $(1, 3, 0)$ appartiene a $Im f$.

4) Dare la definizione di autospazio di f .

5) Trovare un polinomio $P(x)$ a coefficienti reali tale che $P(i - 1) = 0$ e $P(1) = 1$.

Sia data la quadrica

$$Q : x^2 + 4\lambda y^2 + 4xy + 2xz + 4yz = 0$$

1) Determinare la retta r passante per l'origine e per il punto $(1, 0, 1)$.

[]

2) Trovare la retta s proiezione ortogonale di r sul piano $x - y = 0$.

[]

3) Trovare per quale valore di λ , la retta r appartiene alla quadrica Q .

[]

4) Determinare che tipo di quadrica è $x^2 + 4y^2 + 4xy + 2xz + 4yz - 2x - 4y = 0$.

[]

5) Trovare una forma canonica per la quadrica dell'esercizio 4).

[]

6) Sia C la conica intersezione della quadrica $x^2 + 4xy + 2xz + 4yz + 2y = 0$ col piano $y - 2z = 0$. Trovare un cilindro che contenga C e abbia le generatrici parallele all'asse y .

[]