Nome.......... Cognome..........................Corso di laurea in Ing. EDILE-ARCH.
ESAME di GEOMETRIA - 23 gennaio 2009

Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta. Non verranno valutate le risposte prive di giustificazione.

1) Calcolare modulo, argomento, parte reale e parte immaginaria del seguente numero complesso: $z_0 = \frac{(1-i)^6}{i^{18}(e^{2-\pi i}+1)^2+e^2(e^2-2)}$.

2) Siano $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ e sia data la matrice: $A = \begin{bmatrix} \lambda & 1 & \mu \\ 0 & 1 & \mu \\ -1 & 2 & \lambda+1 \end{bmatrix}$.

(a) Trovare al variare di λ e μ il numero di soluzioni del sistema lineare

$$A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \lambda - 2\mu + 1 \end{bmatrix}.$$

(b) Per $\lambda - 2\mu + 1 = 0$ determinare, la dimensione del sottospazio W di $\mathbb{R}^3$, formato dalle soluzioni del sistema lineare.

(c) Per $\lambda - 2\mu + 1 = 0$, determinare una base per W al variare di μ.

(d) Per $\lambda - 2\mu + 1 = 0$, sia A la matrice associata mediante le basi canoniche alla trasformazione lineare $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$. Determinare una base per $Im\varphi$.

(d) Per $\lambda = \mu = 1$, determinare se A è diagonalizzabile. Se lo è, trovare una matrice invertibile P e una diagonale Δ tali che $\Delta = P^1 AP$.

3) Sia $h \in \mathbb{R}$ e sia Q la quadrica $\{x^2 + 2xy + hy^2 + 2xz + 2x - 4z = 0\}$.

(a) Determinare eventuali valori di h per quali la quadrica Q è un cilindro.

(b) Determinare eventuali valori di h per quali la quadrica Q ha centro. Per uno a scelta di tali valori, determinare un centro C e trovare la proiezione di C sulla retta $x - y = z = 0$.

(c) Per $h = 1$ dire che tipo di quadrica è Q.