

**Esercizio 1.** Data l'equazione differenziale

$$y''(x) + 2y'(x) + \alpha y(x) = \cos x \quad (\alpha \in \mathbb{R})$$

- a) stabilire per quali valori reali di  $\alpha$  (se ne esistono) tutte le soluzioni dell'equazione sono limitate in  $(0, +\infty)$ .
- b) Sia ora  $\alpha = 1$ ; determinare l'integrale generale dell'equazione.

**Esercizio 2.** Sia data la funzione integrale

$$f(x) := \int_x^{+\infty} \frac{\arcsin[2t/(1+t^2)]}{\sqrt[5]{t} \sqrt[3]{\pi/2 + \arctan t}} dt$$

- a) Determinare l'insieme di definizione di  $f$ ;
- b) studiare l'esistenza dei limiti di  $f$  agli estremi del suo insieme di definizione;
- c) determinare l'insieme di derivabilità e disegnare il grafico di  $f$ .

**Esercizio 3.** Siano dati la funzione

$$f(x, y) := \begin{cases} (x^2 - y) \log(x^2 + y^2) & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

e l'insieme  $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1/2, |y| \leq 1/2\}$ .

- a) Studiare l'esistenza degli estremi assoluti di  $f$  in  $D$ .
- b) In caso affermativo, determinare gli estremi assoluti di  $f$  in  $D$ .