

Esercizio 1. Data l'equazione differenziale

$$y''(x) + 2y'(x) + \alpha y(x) = \cos x \quad (\alpha \in \mathbb{R})$$

- a) stabilire per quali valori reali di α (se ne esistono) tutte le soluzioni dell'equazione sono limitate in $(0, +\infty)$.
b) Sia ora $\alpha = 1$; determinare l'integrale generale dell'equazione.

Esercizio 2. Sia data la funzione integrale

$$f(x) := \int_x^{+\infty} \frac{\arcsin[2t/(1+t^2)]}{\sqrt[5]{t} \sqrt[3]{\pi/2 + \arctan t}} dt$$

- a) Determinare l'insieme di definizione di f ;
b) studiare l'esistenza dei limiti di f agli estremi del suo insieme di definizione;
c) determinare l'insieme di derivabilità e disegnare il grafico di f .

Esercizio 3. Siano dati la funzione

$$f(x, y) := \begin{cases} (x^2 - y) \log(x^2 + y^2) & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

e l'insieme $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1/2, |y| \leq 1/2\}$.

- a) Studiare l'esistenza degli estremi assoluti di f in D .
b) In caso affermativo, determinare gli estremi assoluti di f in D .