

**Esercizio 1.** Data la funzione integrale

$$f(x) := \int_0^x \frac{(t^2 - 1)(e^{-t} - 1)}{|t - \arctan t|^{1/2} \log |t|} dt$$

- determinarne l'insieme di definizione;
- determinarne l'insieme di derivabilità;
- studiare i limiti di  $f$  agli estremi del suo insieme di definizione.

**Esercizio 2.** Sia data la funzione

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{\sin(x^2 y) \arctan y^2}{(x^2 + y^2)^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ k & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- Se esiste, determinare  $k$  in  $\mathbb{R}$  in modo che  $f$  sia continua in  $(0, 0)$ ;
- se esiste, determinare  $k$  in  $\mathbb{R}$  in modo che  $f$  sia differenziabile in  $(0, 0)$ ;
- se esiste, calcolare  $(\partial f / \partial x)(1, 1)$ .

**Esercizio 3.** Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{1}{e^{\sin y(x)} \cos y(x)} \\ y(2) = \alpha \end{cases}$$

- verificare se il problema dato ha soluzione e se tale soluzione è unica, al variare di  $\alpha$  in  $\mathbb{R}$ .
- Sia  $\alpha = 0$ . Calcolare, se esiste, la soluzione del problema, specificandone l'insieme di definizione.
- Sia  $\alpha = \pi$ . Disegnare il grafico locale della soluzione, specificando se tale soluzione è localmente crescente o decrescente (non è richiesto il calcolo esplicito della soluzione).