

**Esercizio 1.** Data la funzione integrale

$$f(x) := \int_2^x \frac{e^t \log(5-t)}{\sqrt[3]{t^2 - 3t - 4}} dt$$

- determinarne l'insieme di definizione;
- determinarne l'insieme di derivabilità;
- studiare i limiti di  $f$  agli estremi dell'insieme di definizione.

**Esercizio 2.** Si consideri la funzione

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{\sin(xy)}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } y > x, \\ \sin(xy) & \text{se } y \leq x. \end{cases}$$

- Stabilire se  $f$  è continua in  $(0, 0)$  e in  $(1, 1)$ .
- Studiare la differenziabilità di  $f$  in  $(0, 0)$ .
- Se esiste, calcolare il gradiente di  $f$  in  $(-1, 1)$ .

**Esercizio 3.** Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{e^{y(x)} + 1}{e^{y(x)}} x \\ y(0) = \alpha \end{cases}$$

- Studiare l'esistenza e l'unicità per le soluzioni del problema dato al variare del parametro reale  $\alpha$ .
- Determinare la soluzione (o le soluzioni) per  $\alpha = 0$ , specificandone l'insieme di definizione.