

**Esercizio 1.** Sia

$$f(x) := \int_{-1}^x g(t) dt \quad \text{con} \quad g(t) := \frac{1}{(t+4)\sqrt[3]{e^{-t}-1+t}}$$

- 1) Determinare l'insieme di definizione di  $g$ ;
- 2) determinare l'insieme di definizione  $I$  di  $f$  e studiare i limiti di  $f$  agli estremi dell'insieme  $I$ ;
- 3) dove esiste, calcolare  $f'(x)$  e studiare la monotonia di  $f$ ;
- 4) disegnare il grafico di  $f$ .

**Esercizio 2.** Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{\sqrt{1+y^2(x)} \arctan x}{x^2 y(x)} \\ y(1) = \alpha \end{cases}$$

- a) stabilire di che tipo è l'equazione differenziale;
- b) stabilire per quali valori del parametro reale  $\alpha$  (se ce ne sono) il problema ha una ed una sola soluzione in un intorno del punto iniziale;
- c) determinare la soluzione nel caso  $\alpha = 1$ .

**Esercizio 3.** Data la funzione

$$f(x, y) := \frac{(e^{|x|-y} - 1) \log(1 + |x| + |y|)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

- a) stabilire se essa è prolungabile per continuità in  $(0, 0)$ ;
- b) in caso affermativo stabilire se la funzione così prolungata è dotata di derivate parziali in  $(0, 0)$ ;
- c) in caso affermativo stabilire se la funzione così prolungata è differenziabile in  $(0, 0)$ .