

**Esercizio 1.** Sia  $k$  un parametro reale e sia data la funzione

$$f(x) := \frac{\pi/2 - \arctan x}{\sqrt{kx - \arctan x - \log(1+x)}}$$

- determinarne gli eventuali valori del parametro  $k$  per i quali la funzione sia definita almeno in  $(0, +\infty)$ ;
- per i valori di  $k$  di cui al punto precedente, studiare la convergenza dell'integrale improprio  $\int_0^{+\infty} f(t) dt$

**Esercizio 2.** Data l'equazione differenziale

$$y''(x) + 4y(x) = xe^x$$

- Trovare due soluzioni linearmente indipendenti dell'equazione omogenea associata.
- Trovare tutte le soluzioni dell'equazione data.
- Trovare tutte le soluzioni dell'equazione data che siano infinitesime per  $x \rightarrow -\infty$ .

**Esercizio 3.** Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{xy} - \sin \sqrt[3]{xy}}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- Verificare se la funzione  $f$  risulta continua in  $(0, 0)$ ;
- Verificare se la funzione  $f$  risulta differenziabile in  $(0, 0)$ ;
- Calcolare, se esiste,  $\frac{\partial f}{\partial x}(-1, 1)$ .