

Esercizio 1. Data l'equazione differenziale

$$y'''(x) + 4y''(x) + 13y'(x) = 3e^{-2x} + 3x$$

- Determinare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata e, se formano uno spazio vettoriale, determinarne la dimensione.
- Determinare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata limitate in $(0, +\infty)$.
- Determinare tutte le soluzioni dell'equazione data.

Esercizio 2. Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\ln(1 + \sin^2 xy)}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- Determinare l'insieme di definizione e l'insieme di continuità di f ,
- studiare la differenziabilità di f in $(0,0)$,
- se esiste, calcolare $\frac{\partial f}{\partial x}(\pi, 1/2)$.

Esercizio 3. Data la funzione integrale

$$f(x) := \int_3^x \frac{\sqrt[3]{e^t - 1}}{\sqrt[3]{\log |t|}(\arctan t + |t|)} dt$$

- secondo la teoria degli integrali impropri, determinarne l'insieme di definizione;
- determinarne l'insieme di derivabilità;
- studiarne i limiti agli estremi dell'insieme di definizione.