

**Esercizio 1.** Data la funzione

$$f(x, y) := \sqrt{1 - \cos(x - y)} + \frac{(e^{xy} - 1) \arctan y}{x^2 + y^2}$$

- a) determinarne l'insieme di definizione;
- b) stabilire se la funzione è prolungabile per continuità in  $(0, 0)$ ;
- c) in caso affermativo, stabilire se tale funzione, così prolungata, è differenziabile in  $(0, 0)$ .

**Esercizio 2.** . Sia  $f(x) := \int_1^x g(t) dt$  con

$$g(t) := \begin{cases} e^t - 1 & \text{se } t \leq 0, \\ |\log_{1/2} t| & \text{se } 0 < t \leq 2, \\ 1/(t - 2) & \text{se } t > 2. \end{cases}$$

- 1) Determinare l'insieme di definizione di  $g$  e disegnare il grafico di  $g$ .
- 2) Determinare l'insieme di definizione di  $f$  e studiare i limiti di  $f$  agli estremi dell'insieme di definizione.
- 3) Calcolare, dove esiste,  $f'(x)$  e studiare la monotonia di  $f$ .
- 4) Disegnare il grafico di  $f$ .

**Esercizio 3.** Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = [16 - y^2(x)]e^x \cos x \\ y(0) = \alpha \end{cases}$$

- a) stabilire per quali valori del parametro reale  $\alpha$  (se ce ne sono) il problema ha una ed una sola soluzione in un intorno del punto iniziale;
- b) determinare, se possibile, la soluzione (o le soluzioni) nei casi  $\alpha = -4$  e  $\alpha = 0$ .