

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x) := \int_2^x g(t) dt \quad \text{con} \quad g(t) = \frac{t - \arctan t}{(t+1) \ln(1+t^2)}$$

- 1) Determinare l'insieme di definizione di g ;
- 2) determinare l'insieme di definizione di f e studiare i limiti di f agli estremi di esso;
- 3) dove esiste, calcolare $f'(x)$;
- 4) studiare la monotonia di f .

Esercizio 2. Si consideri la funzione

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{y^2 \sin x}{\sqrt{x^2 + 3y^2}} & \text{se } y > 0, \\ \arctan(xy) & \text{se } y \leq 0. \end{cases}$$

- a) Stabilire se f è continua dove è definita;
- b) studiare la derivabilità di f in $(0,0)$;
- c) studiare la differenziabilità di f in $(0,0)$.

Esercizio 3. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = x \log |x| [y(x) + 1/y(x)] \\ y(-1) = k \end{cases}$$

- 1) stabilire per quali valori del parametro reale k (se ce ne sono) il problema ha una ed una sola soluzione in un intorno del punto iniziale.
- 2) Sia ora $k = -2$; determinare la soluzione (o le soluzioni).