

Esercizio 1. Data la funzione integrale

$$f(x) := \int_2^x \frac{1}{\sqrt[3]{\arctan(t-1)} \sqrt[7]{(|e^t-1| + \sin t)^5}} dt$$

- nell'ambito della teoria degli integrali impropri, determinarne l'insieme di definizione;
- determinarne l'insieme di derivabilità;
- studiarne i limiti agli estremi dell'insieme di definizione.

Esercizio 2. Sia

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{(x-1)(1-\cos y)}{y^2} & \text{se } y \neq 0, \\ h & \text{se } y = 0 \end{cases}$$

- Al variare del parametro reale h , studiare la continuità di f nel punto $(0, 0)$.
- Al variare del parametro reale h , determinare, se esistono, $f_x(0, 0)$ e $f_y(0, 0)$.
- Calcolare $f'_x(x, y)$ e $f'_y(x, y)$ nei punti $(x, y) \neq (x, 0)$.

Esercizio 3. Data l'equazione differenziale

$$y'''(x) - 2y''(x) + 5y'(x) = e^{-2x}$$

- Se esistono, determinare tre soluzioni dell'equazione omogenea associata che siano linearmente indipendenti.
- Determinare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata e, se formano uno spazio vettoriale, determinarne la dimensione.
- Determinare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea infinitesime per $x \rightarrow -\infty$.
- Determinare tutte le soluzioni dell'equazione data.