

Esercizio 1. Sia $f(x) := \int_{-2}^x \frac{\log(1+t^2)}{(t^2+3t)(e^t-1)} dt$.

- Determinare l'insieme di definizione di f .
- Studiare i limiti di f agli estremi del suo insieme di definizione.
- Dove esiste, calcolare $f'(x)$ e studiarne il segno.
- Disegnare il grafico di f .

Esercizio 2. Sia

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{|y| \arctan(xy)}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ h & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- Al variare del parametro reale h , studiare la continuità di f nel suo insieme di definizione.
- Al variare del parametro reale h , studiare la differenziabilità di f in $(0, 0)$.
- Calcolare $f'_x(x, y)$ e $f'_y(x, y)$ nei punti $(x, y) \neq (0, 0)$.

Esercizio 3. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{(x+2)[y(x)-2]^2}{\sqrt{x^2+4x+5}}, \\ y(\alpha) = \beta \end{cases}$$

- determinare gli eventuali valori dei parametri reali α , β per i quali il problema ha una ed una sola soluzione in un intorno del punto iniziale;
- determinare, se possibile, la soluzione (o le soluzioni) nei casi: $\alpha = 0$, $\beta = 2$; $\alpha = 0$, $\beta = 0$.