

**Esercizio 1.** Data la funzione

$$f(x, y) := \sqrt{x^2 + 2y^2} \arctan \left( \frac{xy}{x^4 + y^2} \right)$$

- a) stabilire se  $f$  è prolungabile per continuità in  $(0, 0)$ ;
- b) in caso affermativo, stabilire se la funzione così prolungata è differenziabile in  $(0, 0)$ ;
- c) stabilire se la funzione è parzialmente derivabile in  $(0, 1)$  ed in caso affermativo calcolare  $(\partial f / \partial x)(0, 1)$ .

**Esercizio 2.** Si consideri la funzione  $f(x) = \int_2^x g(t) dt$  con

$$g(t) = \frac{\ln(1 + \arctan t)}{t(t - 3)}$$

- a) determinare l'insieme di definizione di  $g$ ;
- b) determinare l'insieme di definizione  $I$  di  $f$  e i limiti di  $f$  agli estremi di  $I$ ;
- c) calcolare  $f'$  (precisandone l'insieme di definizione) e studiare la monotonia di  $f$ .

**Esercizio 3.** Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{e^{y(x)} - 1}{e^{y(x)}(x + 2)} \\ y(-1) = k \end{cases}$$

- 1) stabilire per quali valori del parametro reale  $k$  il problema ha una ed una sola soluzione in un intorno del punto iniziale;
- 2) determinare la soluzione (o le soluzioni) per  $k = 0$ ;
- 3) determinare la soluzione (o le soluzioni) per  $k = 1$ .