

Esercizio 1. Data la funzione integrale

$$f(x) := \int_2^x \frac{t\sqrt[3]{t-1}}{(e^t - 1) \log |t|}$$

- a) determinarne l'insieme di definizione;
- b) determinarne l'insieme di derivabilità;
- c) studiarne i limiti agli estremi dell'insieme di definizione.

Esercizio 2. Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} + a\sqrt{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) Determinare il parametro reale a in modo che la funzione sia continua in $(0, 0)$;
- b) Al variare di $a \in \mathbb{R}$, calcolare, se esistono, le derivate parziali della funzione in $(0, 0)$;
- c) Al variare di $a \in \mathbb{R}$, verificare se la funzione è differenziabile in $(0, 0)$;
- d) calcolare, se esiste, $\frac{\partial f}{\partial x}(-1, 1)$.

Esercizio 3. Data l'equazione differenziale

$$y'''(x) + 3y'(x) = \sin x + 2 \cos x$$

- 1) Determinare 3 soluzioni linearmente indipendenti dell'equazione omogenea associata.
- 2) Determinare l'integrale generale dell'equazione data.
- 3) Determinare tutte le soluzioni dell'equazione data tali che $y(0) = 1$.