

**Esercizio 1.** Data la funzione

$$f(x, y) := \arctan |x + \sqrt{3}y|$$

- determinarne insieme di definizione ed immagine;
- stabilire se è continua e derivabile nel suo insieme di definizione;
- determinare, se esistono, i punti di massimo e minimo assoluto della funzione nel suo insieme di definizione;
- determinare, se esistono, i punti di massimo e minimo assoluto della funzione nell'insieme

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 9\}$$

**Esercizio 2.** Sia data l'equazione differenziale lineare

$$y''(x) + Ky'(x) + y(x) = 2e^{-x}$$

- Al variare del parametro reale  $K$ , determinare l'integrale generale dell'equazione omogenea associata.
- Sia  $K = 2$ ; determinare l'integrale generale dell'equazione data.
- Sia  $K = 2$ ; specificare se l'integrale generale dell'equazione è uno spazio vettoriale.
- Sia  $K = 2$ ; determinare, se esistono, le soluzioni limitate in  $[0, +\infty)$  dell'equazione data.

**Esercizio 3.** Sia  $f(x) := \int_0^x g(t) dt$

$$\text{con } g(t) := \begin{cases} \frac{t}{\sqrt{1+t^2}} & \text{se } t \geq 0 \\ \frac{\log(t+1)}{t} & \text{se } t < 0 \end{cases}$$

- Determinare l'insieme di definizione di  $g$  e l'insieme di definizione di  $f$ .
- Dove esiste, calcolare  $f'(x)$ .
- Per  $x \geq 0$  determinare esplicitamente  $f$  e calcolare  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
- Disegnare il grafico qualitativo di  $f$ .