

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x, y) := \begin{cases} |\sin x| \arctan(1/y) & \text{se } y \neq 0, \\ 0 & \text{se } y = 0 \end{cases}$$

- a) studiarne la continuità;
- b) studiarne la differenziabilità.

Esercizio 2. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = x \cos y(x) / \sin y(x), \\ y(0) = \alpha \end{cases}$$

- a) Verificare se il problema dato ha un'unica soluzione al variare del parametro reale α .
- b) Sia $\alpha = \pi/2$; determinare, se esiste, la soluzione del problema.
- c) Sia $\alpha = \pi/3$; determinare, se esiste, la soluzione del problema, specificandone l'insieme di definizione.

Esercizio 3. Data la funzione integrale

$$f(x) = \int_{-3}^x \log(\arctan t^2 + 1) / (e^t - 1 - t) dt$$

- a) Determinare l'insieme di definizione di f e i limiti agli estremi dell'insieme di definizione;
- b) dove esiste, calcolare $f'(x)$ e studiare la monotonia di f ;
- c) disegnare il grafico di f ;
- d) determinare l'ordine di infinitesimo di f per $x \rightarrow -3$.