

Esercizio 1. Data la funzione integrale

$$f(x) := \int_2^x \frac{\log |t|}{(t^2 - t)\sqrt[3]{t-3}} dt$$

- a) tenendo presente la teoria degli integrali impropri, determinarne l'insieme di definizione;
- b) determinarne l'insieme di derivabilità; dove esiste, calcolare $f'(x)$ e studiare la monotonia di f ;
- c) studiarne i limiti agli estremi dell'insieme di definizione.

Esercizio 2. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = xy(x)[y(x) - 3], \\ y(0) = k \end{cases}$$

- a) verificare per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ esiste un'unica soluzione;
- b) determinare la soluzione del problema per $k = 3$ e per $k = 2$.

Esercizio 3. Sia data la funzione $f(x, y) := |x^2 + 2y^2 - 6x + 4y|$.

- a) Studiarne l'insieme di definizione e di continuità;
- b) stabilire se esistono le derivate parziali di f in $(0, 0)$;
- c) stabilire l'esistenza di eventuali punti di massimo e minimo assoluto e relativo di f nel suo insieme di definizione.