

Esercizio 1. Data la funzione integrale

$$f(x) := \int_0^x \frac{\sqrt[3]{\arctan t}(e - e^t)}{\log |t^2 - 3t + 1|} dt$$

- determinarne l'insieme di definizione;
- determinarne l'insieme di derivabilità;
- studiarne i limiti agli estremi dell'insieme di definizione.

Esercizio 2. Data la funzione

$$f(x, y) := \begin{cases} [\sin(xy)]/\sqrt{x^2 + y^2} & \text{se } y > x, \\ k & \text{se } y = x, \\ (e^{x^2+y^2} - 1)/\sqrt{x^2 + y^2} & \text{se } y < x \end{cases}$$

- determinare (se ne esistono) i valori del parametro reale k in modo che f sia continua in $(0, 0)$;
- Determinare (se ne esistono) i valori del parametro reale k in modo che f sia differenziabile in $(0, 0)$;
- calcolare, se esiste, $f_x(-1, 1)$.

Esercizio 3. Data l'equazione differenziale

$$y''(x) + ky(x) = \sin 2x$$

- al variare di k in \mathbb{R} , determinare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata.
- Sia ora $k = 1$; determinare tutte le soluzioni dell'equazione data e stabilire se esse costituiscono uno spazio vettoriale.
- Sia $k = 1$; determinare tutte le soluzioni dell'equazione data tali che $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.