

Esercizio 1. Dati la funzione $f(x, y) := xy - y^2 - x + y$ e l'insieme $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq y \leq 2\}$

- disegnare l'insieme D e stabilire se esistono in D massimo e minimo assoluti di f ;
- se esistono, determinare i punti di massimo e di minimo assoluto di f in D ;
- disegnare la curva di livello 0 della funzione f .

Esercizio 2. Data la funzione

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{(1 - e^{x|y|}) \sin y}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0), \end{cases}$$

- verificare se la funzione è continua in $(0, 0)$;
- verificare se la funzione è differenziabile in $(0, 0)$;
- se esiste, calcolare $(\partial f / \partial y)(1, -1)$.

Esercizio 3. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = (1/x - \tan x)y(x) + \cos x/(1+x), \\ y(\alpha) = 0 \end{cases}$$

- determinare per quali valori del parametro reale α (se ce ne sono) il problema ha una sola soluzione in un intorno del punto iniziale.
- Sia ora $\alpha = 1$; determinare la soluzione precisando il più grande intervallo in cui essa è definita.