

**Esercizio 1.** Dati la funzione  $f(x, y) := xy - y^2 - x + y$  e l'insieme  $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq y \leq 2\}$

- disegnare l'insieme  $D$  e stabilire se esistono in  $D$  massimo e minimo assoluti di  $f$ ;
- se esistono, determinare i punti di massimo e di minimo assoluto di  $f$  in  $D$ ;
- disegnare la curva di livello 0 della funzione  $f$ .

**Esercizio 2.** Data la funzione

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{(1 - e^{x|y|}) \sin y}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0), \end{cases}$$

- verificare se la funzione è continua in  $(0, 0)$ ;
- verificare se la funzione è differenziabile in  $(0, 0)$ ;
- se esiste, calcolare  $(\partial f / \partial y)(1, -1)$ .

**Esercizio 3.** Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = (1/x - \tan x)y(x) + \cos x/(1+x), \\ y(\alpha) = 0 \end{cases}$$

- determinare per quali valori del parametro reale  $\alpha$  (se ce ne sono) il problema ha una sola soluzione in un intorno del punto iniziale.
- Sia ora  $\alpha = 1$ ; determinare la soluzione precisando il più grande intervallo in cui essa è definita.