

Esercizio 1. Data la funzione integrale

$$f(x) := \int_0^x \frac{\sqrt{|\sin t|}}{(2t^2 - \pi t - \pi^2)\sqrt[3]{t - \arctan t}} dt$$

- a) determinare l'insieme di definizione di f ;
- b) studiare i limiti di f agli estremi dell'insieme di definizione;
- c) studiare l'insieme di derivabilità di f .

Esercizio 2. Data la funzione $f(x, y) := x \sin \sqrt[3]{x^2 + y^2}$

- a) studiare la continuità di f ;
- b) calcolare, se esistono, $f_x(0, 0)$, $f_y(0, 0)$;
- c) calcolare, se esistono, $f_x(x, y)$, $f_y(x, y)$ per $(x, y) \neq (0, 0)$;
- d) studiare la differenziabilità di f in $(0, 0)$.

Esercizio 3. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = (|x| - x)y(x) + \cos x, \\ y(0) = \alpha \end{cases}$$

- a) studiare, al variare del parametro reale α , esistenza ed unicità delle soluzioni;
 - b) determinare l'insieme di definizione delle eventuali soluzioni al variare di α ;
 - c) determinare la soluzione (o le soluzioni) nel caso $\alpha = 0$.
- (N.B. Si lascino indicati gli eventuali integrali non calcolabili elementarmente).