

**Esercizio 1.** Data la funzione integrale

$$f(x) := \int_0^x \frac{\sqrt{|\sin t|}}{(2t^2 - \pi t - \pi^2)\sqrt[3]{t - \arctan t}} dt$$

- a) determinare l'insieme di definizione di  $f$ ;
- b) studiare i limiti di  $f$  agli estremi dell'insieme di definizione;
- c) studiare l'insieme di derivabilità di  $f$ .

**Esercizio 2.** Data la funzione  $f(x, y) := x \sin \sqrt[3]{x^2 + y^2}$

- a) studiare la continuità di  $f$ ;
- b) calcolare, se esistono,  $f_x(0, 0)$ ,  $f_y(0, 0)$ ;
- c) calcolare, se esistono,  $f_x(x, y)$ ,  $f_y(x, y)$  per  $(x, y) \neq (0, 0)$ ;
- d) studiare la differenziabilità di  $f$  in  $(0, 0)$ .

**Esercizio 3.** Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = (|x| - x)y(x) + \cos x, \\ y(0) = \alpha \end{cases}$$

- a) studiare, al variare del parametro reale  $\alpha$ , esistenza ed unicità delle soluzioni;
  - b) determinare l'insieme di definizione delle eventuali soluzioni al variare di  $\alpha$ ;
  - c) determinare la soluzione (o le soluzioni) nel caso  $\alpha = 0$ .
- (N.B. Si lascino indicati gli eventuali integrali non calcolabili elementarmente).