Analisi matematica 2 – Ingegneria civile e ambientale

Prova scritta intermedia – 18 aprile 2008

Esercizio 1. Sia $f(x) := \int_1^x g(t)\,dt$ con

$$g(t) := \begin{cases} e^t - e & \text{se } t \le 0, \\ \log_{1/2} t & \text{se } 0 < t \le 2, \\ 1/\sqrt{t-2} & \text{se } t > 2. \end{cases}$$

1) Determinare l'insieme di definizione di g e disegnare il grafico di g.

2) Determinare l'insieme di definizione di f e studiare i limiti di f agli estremi dell'insieme di definizione.

3) Calcolare, dove esiste, $f'(x)$ e studiare la monotonia di f.

4) Disegnare il grafico di f.

Esercizio 2. Sia

$$f(x) := \begin{cases} 1/(x^2-4) & \text{se } |x| \le 1, \\ kx/\sqrt{x^2+3} & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

1) Determinare l'insieme di definizione I di f e determinare per quali valori del parametro reale k (se ce ne sono) la funzione f ammette primitive in I.

Per tali valori di k:

2) Trovare tutte le primitive di f in I.

3) Se esiste, trovare una primitiva g di f tale che $g(0) = 0$.

Esercizio 3. Data la funzione integrale

$$f(x) := \int_{-1}^{x} \frac{(\log|t|)\sqrt[5]{t - \arctan t}}{(t^2+t)e^t}\,dt$$

a) tenendo conto della teoria degli integrali impropri, determinarne l'insieme di definizione;

b) determinarne l'insieme di derivabilità;

c) studiare il comportamento della funzione agli estremi del suo insieme di definizione.