

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x, y) := \frac{[1 - \cos(x + y)] \log(1 - xy)}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

- disegnarne l'insieme di definizione;
- stabilire se la funzione è prolungabile per continuità in $(0, 0)$;
- in caso affermativo, stabilire se la funzione così prolungata è differenziabile in $(0, 0)$.

Esercizio 2. Siano

$$f(x, y) := x^2 + 2y^2 - 2x - 4y$$

$$A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, 0 \leq y \leq 3 - x\}$$

- Disegnare l'insieme A e stabilire se esistono massimo e minimo assoluto di f in A .
- Determinare, se esistono, i punti di massimo e minimo assoluto di f in A .
- Calcolare $\int \int_A xy \, dx \, dy$.

Esercizio 3. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = [y(x) + 2][y(x) - 2] \\ y(2) = \alpha \end{cases}$$

- stabilire per quali valori di α (se ce ne sono) la soluzione del problema esiste ed è unica;
- determinare le eventuali soluzioni per $\alpha = 2$ e $\alpha = -2$;
- determinare, se esiste, la soluzione per $\alpha = 1$.