

Appello di settembre 2001.

Esercizio 1. Si consideri l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} e^{-kx} \log^2 x \, dx, \quad k \in \mathbb{R}$$

- a) stabilire per quali valori di k (se ne esistono) l'integrale converge.
- b) Sia $f(x) := \int_0^x e^{-t} \log t \, dt$. Tracciare il grafico di f , precisandone il dominio, l'eventuale monotonia ed i limiti agli estremi.

Esercizio 2. Si consideri la funzione

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{y^2 \sin x}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } x > 0, \\ \sin(xy), & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

- a) stabilire se f è continua dove è definita;
- b) studiare la derivabilità di f in $(0, 0)$;
- c) studiare la differenziabilità di f in $(0, 0)$.

Esercizio 3. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \tan[y(x)](x + \tan x) \\ y(0) = -\pi/4 \end{cases}$$

- a) studiare esistenza ed unicità della soluzione in un intorno del punto iniziale;
- b) calcolare esplicitamente la soluzione (o le soluzioni).

Appello di febbraio 2002.

Esercizio 1. Sia

$$A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2, (y-1)^2 \leq x^2(2-x)\}$$

Rappresentare graficamente A nel piano cartesiano e calcolarne l'area.

Esercizio 2. Si consideri la funzione

$$f(x, y) := \frac{(e^x - e^{-x} - 2 \sin x) \log(1 + |y|)}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

- a) determinarne l'insieme di definizione;
- b) stabilire se f è prolungabile per continuità nell'origine;
- c) in caso affermativo, stabilire se la funzione, così prolungata, è differenziabile in $(0, 0)$.

Esercizio 3. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = ay(x) - 2y^2(x) \\ y(0) = b \end{cases}$$

- a) studiare esistenza ed unicità della soluzione, in un intorno del punto iniziale, al variare dei parametri reali a, b ;
- b) determinare le eventuali soluzioni nei casi $b = 0, b = a/2$;
- c) posto $a = b = 1$, determinare la soluzione anche in questo caso e calcolarne il limite per $x \rightarrow +\infty$.

Altro appello di febbraio 2002.

Esercizio 1. Sia

$$A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2, (y-1)^2 \leq x^2(2-x)\}$$

Rappresentare graficamente A nel piano cartesiano e calcolarne l'area.

Esercizio 2. Si consideri la funzione

$$f(x, y) := \frac{(e^y - e^{-y} - 2 \sin y) \arctan x}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

- a) determinarne l'insieme di definizione;
- b) stabilire se f è prolungabile per continuità nell'origine;
- c) in caso affermativo, stabilire se la funzione, così prolungata, è differenziabile in $(0, 0)$.

Esercizio 3. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = ay(x) - 2y^2(x) \\ y(0) = b \end{cases}$$

- a) studiare esistenza ed unicità della soluzione, in un intorno del punto iniziale, al variare dei parametri reali a, b ;
- b) determinare le eventuali soluzioni nei casi $b = 0, b = a/2$;
- c) posto $a = b = 1$, determinare la soluzione anche in questo caso e calcolarne il limite per $x \rightarrow +\infty$.

Appello di settembre 2002.

Esercizio 1. Siano dati la funzione

$$g(x, y) := |x + y|$$

e l'insieme

$$T := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq 1\}$$

- a) determinare, se esistono, i valori minimo e massimo assoluto di g in T ;
- b) calcolare, se esiste,

$$\iint_T g(x, y) \, dx \, dy$$

Esercizio 2. Si consideri la funzione

$$f(x, y) := \sqrt{1 - \cos x} + \frac{\sin x \sqrt{y^2 - \arctan(y^2)}}{x^2 + y^2}$$

- a) determinare l'insieme di definizione di f ;
- b) stabilire se f è prolungabile per continuità in $(0, 0)$;
- c) in caso affermativo, studiare la differenziabilità della funzione così prolungata in $(0, 0)$.

Esercizio 3. Data l'equazione differenziale

$$(1 - x^2)y'(x) - xy(x) + 1 = 0$$

- a) calcolarne l'integrale generale, precisandone il dominio;
- b) calcolare, se esiste, la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} (1 - x^2)y'(x) - xy(x) + 1 = 0 \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

Appello di gennaio 2004.

Esercizio 1. Sia data la funzione

$$f(x) := \int_1^x \frac{1}{\sqrt[3]{\log(e^t - t - 1)}} dt$$

- a) determinarne l'insieme di definizione, l'insieme di derivabilità e il grafico;
- b) calcolare i limiti di f agli estremi dell'insieme di definizione;
- c) determinare l'ordine di infinitesimo di f per x che tende a 1.

Esercizio 2. Sia α un parametro reale positivo e sia

$$f_\alpha(x, y) := \frac{|e^x - 1|^\alpha \arctan y}{(x^2 + y^2)^{1/2}} + |\log(1 + x)|$$

- a) determinare l'insieme di definizione di f_α ;
- b) determinare i valori positivi di α (se ve ne sono) per i quali la funzione f_α è prolungabile per continuità nell'origine;
- c) determinare i valori del parametro α (se ve ne sono) per i quali la funzione f_α , prolungata per continuità come al punto a), sia differenziabile nell'origine.

Esercizio 3. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = [1 + y^2(x)]x \sin x \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

- a) stabilire se esso ha soluzioni, e quante;
- b) determinare tutte le soluzioni (se ve ne sono);

c) stabilire se tali soluzioni sono definite (almeno) nell'intervallo $[-\pi/2, \pi/2]$.

Appello di febbraio 2004.

Esercizio 1. Sia data la funzione

$$f(x) := \begin{cases} \frac{\cos x - \sin x}{\sin x + k \cos x} & \text{se } x < 0 \\ 1 - k & \text{se } x = 0 \\ x^3 \cos(x^2) + 1/k & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

a) Per quali valori di $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ esistono primitive di f in un intorno di 0?

b) Sia ora $k = 1$; determinare tutte le primitive di f in $(-\pi/4, 0) \cup (1, 2)$.

Esercizio 2. Si consideri la funzione

$$f(x, y) := \frac{(e^x - 1) \arctan(x^2 + y)}{(x^2 + y^2)^{1/2}}$$

a) determinare l'insieme di definizione di f ;

b) stabilire se f è prolungabile per continuità in $(0, 0)$;

c) in caso affermativo, stabilire se la funzione così prolungata ammette le derivate parziali in $(0, 0)$;

d) in caso affermativo, stabilire se la funzione così prolungata è differenziabile in $(0, 0)$

Esercizio 3. Sia dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + \frac{x}{x^2 + 1} y(x) = \log(e^x - 1/2) \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

a) Stabilire se esiste ed è unica la soluzione ed in caso affermativo determinarne l'insieme di definizione;

b) determinare una rappresentazione integrale della soluzione;

c) calcolare, se esiste, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

Appello di giugno 2004.

Esercizio 1. Dato il problema differenziale

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{y^2(x) - 3y(x) + 2}{2y(x) - 3} \\ y(x_o) = y_o \end{cases}$$

a) stabilire per quali valori di x_o, y_o (se ce ne sono) esiste ed è unica la soluzione locale del problema;

b) se $x_o = 0, y_o = 1$ calcolare esplicitamente la soluzione $y(x)$ del problema precisandone il dominio;

c) se $x_o = 0$, $y_o = 1/2$ calcolare esplicitamente la soluzione $y(x)$ del problema precisandone il dominio.

Esercizio 2. Si considerino la funzione $f(x, y) := x|y| - x^3 - y^2$
e l'insieme $A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 4/3\}$.

- a) stabilire se f è differenziabile in $(0, 0)$;
- b) stabilire se f ammette in A punti di massimo e minimo assoluto;
- c) in caso affermativo, determinarli.

Esercizio 3. Posto

$$T := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x^2, x \geq y^2, 16(x^2 - y^2) \leq 3\}$$

calcolare $\int \int_T x \, dx \, dy$.

Altro appello di giugno 2004.

Esercizio 1. Data l'equazione differenziale

$$y'''(x) - 4y''(x) + \alpha y'(x) = e^x \quad (\alpha \in \mathbb{R})$$

- a) calcolare l'integrale generale dell'equazione omogenea associata al variare del parametro α ;
- b) calcolare una soluzione particolare dell'equazione completa al variare del parametro α .

Esercizio 2. Data la funzione

$$f(x, y) := \frac{e^{x^4+y^4} - \cos(2xy)}{(x^2 + y^2)^\alpha} \quad (\alpha \in \mathbb{R})$$

- a) per quali valori di α (se ce ne sono) f è prolungabile per continuità in $(0, 0)$?
- b) per quali valori di α (se ce ne sono) f , prolungata in $(0, 0)$ come nel punto a), è differenziabile in $(0, 0)$?
- c) Sia ora $\alpha = 2$. Stabilire se f ha estremi assoluti in $\{(x, y) : x^2 + y^2 \geq 1\}$.

Esercizio 3. Data la funzione

$$f(x) := \int_{1/2}^x \frac{1}{\log(e^t - et) - t} \, dt$$

- a) determinare l'insieme di definizione e l'insieme di derivabilità di f ;
- b) studiare i limiti di f agli estremi del suo insieme di definizione;
- c) determinare l'ordine di infinitesimo di f nei punti dove essa si annulla.

Appello di luglio 2004.

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x, y) := (x - 1)(y - 1)(y - x^2)$$

a) stabilire se essa ammette punti di massimo e minimo assoluto nel rettangolo

$$D := \{(x, y) : -2 \leq x \leq 2, -2 \leq y \leq 5\}$$

b) in caso affermativo, determinarli.

Esercizio 2. Data la funzione

$$f(x) := \sqrt[3]{\log x} / x^\alpha$$

a) determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ (se ce ne sono) esiste $g : (-\infty, 0] \rightarrow \mathbb{R}$ tale che

$$h(x) := \begin{cases} f(x) & \text{se } x > 0 \\ g(x) & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

abbia primitive in $\mathbb{R}$. Per tali α determinare una di queste funzioni g .

b) Sia ora $\alpha = 1$. Determinare, se esistono, tutte le primitive di $f(x) + [f(x)]^3$ (nel suo insieme di definizione).

c) Studiare la convergenza dell'integrale improprio $\int_0^{+\infty} f(x) dx$ al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

Esercizio 3. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{3[1 + y^2(x)]}{x^2 + x - 2} \\ y(-1/2) = 0 \end{cases}$$

a) stabilire se ammette una ed una sola soluzione in un intorno del punto iniziale;

b) in caso affermativo, calcolarla, precisando altresì un intervallo in cui è definita.

Appello di settembre 2004.

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x, y) := \begin{cases} 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \\ \frac{1 - \cos(xy)}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), x \geq 0 \\ \frac{\log(1 - x) \arctan y}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), x < 0 \end{cases}$$

a) studiare la continuità di f in $(0, 0)$;

b) studiare la differenziabilità di f in $(0, 0)$.

Esercizio 2. Data la funzione integrale

$$f(x) := \int_3^x \frac{1}{\sqrt{|t^2 - 2t + k|}} dt \quad (k \in \mathbb{R})$$

- a) determinare l'insieme di definizione di f al variare di k in $\mathbb{R}$;
- b) sia ora $k = 1/2$; calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$;
- c) studiare la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_3^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{t}f(t)} dt$$

Esercizio 3. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{1 + \sin y(x)}{(1+x)^2} \\ y(\alpha) = \beta \end{cases}$$

- a) studiare esistenza ed unicità della soluzione al variare dei parametri reali α e β ;
- b) siano $\alpha = 0$ e $\beta = \pi/2$. Determinare la soluzione precisando il più grande intervallo in cui essa è definita;
- c) siano $\alpha = 0$ e $\beta = -\pi/2$. Determinare la soluzione precisando il più grande intervallo in cui essa è definita.

Appello di gennaio 2005.

Esercizio 1. Data la funzione integrale

$$f(x) := \int_0^x \frac{\log(1+t) \log |t|}{\sqrt{|t - \arctan t|} (e^t - e)} dt$$

- a) determinarne l'insieme di definizione;
- b) determinarne l'insieme di derivabilità;
- c) studiare l'esistenza dei limiti agli estremi dell'insieme di definizione.

Esercizio 2. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{\log x}{xy(x) \sin[y^2(x)]} \\ y(x_o) = y_o \end{cases}$$

- a) per quali $x_o, y_o \in \mathbb{R}$ esiste ed è unica la soluzione?
- b) sia ora $x_o = e, y_o = \sqrt{\pi/2}$; determinare esplicitamente la soluzione del problema;
- c) con riferimento al punto b), determinare esplicitamente un intervallo in cui la soluzione esiste ed è unica.

Esercizio 3. Data la funzione

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{\sin(y^3) - \arcsin(x^3)}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ \alpha & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) determinare, se esistono, gli eventuali valori del parametro reale α per cui f è continua in $(0, 0)$;

b) determinare, se esistono, gli eventuali valori del parametro reale α per cui f è differenziabile in $(0, 0)$.

Appello di febbraio 2005.

Esercizio 1. Data la funzione integrale

$$f(x) := \int_0^x \frac{e^{-t} \arctan t}{(t+1)\sqrt{|\log |t||}} dt$$

- a) determinarne l'insieme di definizione;
- b) determinarne l'insieme di derivabilità;
- c) studiarne i limiti agli estremi dell'insieme di definizione.

Esercizio 2. Siano dati la funzione

$$f(x, y) := |x^2 - y^3| - x^2 y^2$$

e l'insieme

$$A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 2, -2 \leq y \leq \sqrt[3]{4}\}$$

- a) stabilire se esistono gli estremi assoluti di f in A ;
- b) in caso affermativo, calcolarli.

Esercizio 3. Data l'equazione differenziale

$$y'''(x) - 2y''(x) + 10y'(x) = x + e^x \cos 3x$$

- a) determinare la dimensione dello spazio vettoriale delle soluzioni dell'omogenea associata limitate in $(-\infty, 0]$;
- b) determinare l'integrale generale dell'equazione data.

Appello di giugno 2005.

Esercizio 1. Sia $A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 - x^2 \leq 1, x \geq y^2 - 3, y \leq 0\}$. Calcolare

$$\int \int_A y \, dx \, dy$$

Esercizio 2. È data l'equazione differenziale

$$(*) \quad y'''(x) + ky''(x) - (1+k)y(x) = (k+1)(xe^x + e^{-x})$$

- a) Sia $k = -1$ e $V := \{y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, y \text{ è soluzione di } (*) \text{ e } \lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) = 0\}$. Provare che V è uno spazio vettoriale e determinarne la dimensione.
- b) Sia $k = 1$; determinare l'integrale generale di $(*)$.

Esercizio 3. Data la funzione integrale

$$f(x) := \int_0^x \frac{\log(1 + \arctan t)}{|t|^{8/7}(e^t - e^2)} dt$$

- a) determinarne l'insieme di definizione;
- b) determinarne l'insieme di derivabilità;
- c) studiare i limiti di f agli estremi del suo insieme di definizione.

Altro appello di giugno 2005.

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x, y) := \frac{\tan^2 y - \arctan(x^2)}{|y - \pi| + |x|}$$

- a) stabilire se f è prolungabile per continuità in $P_o = (0, \pi)$;
- b) in caso affermativo, stabilire se tale funzione, così prolungata, è differenziabile in P_o .

Esercizio 2. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = y^2(x) \arctan x \\ y(0) = \alpha \end{cases}$$

- a) stabilire per quali valori reali di α (se ne esistono) il problema ha una ed una sola soluzione;
- b) calcolare esplicitamente tale soluzione per $\alpha = 0$ e per $\alpha = -1$.

Esercizio 3. Siano date la funzione $f(x, y) := e^{-x^2-y^2}$ e l'insieme

$$D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 \leq 0, x + y - 1 \geq 0\}$$

- a) stabilire se f ammette punti di massimo e minimo assoluto in $\mathbb{R}^2$ ed in caso affermativo determinarli;
- b) stabilire se f ammette punti di massimo e minimo assoluto in D ed in caso affermativo determinarli.

Appello di luglio 2005.

Esercizio 1. Siano $A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + |y|^3 \leq 1\}$ e $f(x, y) := |x^2 - y| + y^3$.

- a) disegnare A e verificare l'esistenza degli estremi assoluti di f in A ;
- b) determinare gli estremi assoluti di f in A .

Esercizio 2. Si consideri la funzione

$$f(x, y) := \frac{xy^2 \log(1 + y)}{x^2 + y^4}$$

- a) determinare l'insieme di definizione di f ;

- b) stabilire se f è prolungabile per continuità in $(0, 0)$;
- c) in caso affermativo, stabilire se la funzione così prolungata ammette le derivate parziali in $(0, 0)$;
- d) in caso affermativo, stabilire se la funzione così prolungata è differenziabile in $(0, 0)$.

Esercizio 3. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = |xy(x)| - |x| \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

- a) per quali x_0, y_0 (se ce ne sono) esiste ed è unica la soluzione?
- b) calcolare, se esiste, la soluzione del problema nel caso $x_0 = 0, y_0 = -2$.

Appello di settembre 2005.

Esercizio 1. Data la funzione integrale

$$f(x) := \int_0^x \frac{\sqrt[5]{t^3 - e^3}}{\log |\log |t||} dt$$

- a) determinarne l'insieme di definizione;
- b) determinarne l'insieme di derivabilità;
- c) studiare i limiti

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)/x^\alpha$$

(al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$).

Esercizio 2. Data l'equazione differenziale

$$y''(x) - ky'(x) + y(x) = \sin(ax)$$

- a) determinare per quali valori dei parametri reali a, k (se ce ne sono) l'integrale generale dell'equazione data è uno spazio vettoriale.
- b) Sia ora $a = 1$; determinare i valori reali di k (se ce ne sono) per i quali tutte le soluzioni dell'equazione sono limitate in $(0, +\infty)$.

Esercizio 3. Sia $A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x(x^2 + y^2) \leq 2, y^2 - x^2 \leq 0\}$.

Calcolare $\iint_A xy \, dx \, dy$.

Appello di dicembre 2005.

Esercizio 1. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \sqrt{y(x)} \arctan x, \\ y(0) = \alpha \end{cases}$$

- a) determinare per quali valori reali di α (se ce ne sono) il problema ammette soluzioni;

b) nel caso $\alpha = 1$, stabilire se la soluzione esiste ed è unica ed in caso affermativo calcolarla.

Esercizio 2. Dato l'insieme

$$T := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x, 0 \leq y, x^2 + y^2 \geq 1, x + y - \sqrt{2} \leq 0\}$$

calcolare l'area di T .

Esercizio 3. Data la funzione integrale

$$f(x) := \int_0^x \frac{\log(1 - \arctan t)}{|t|^{4/3}(e^{-t} - e)} dt$$

- a) determinarne l'insieme di definizione;
- b) determinarne l'insieme di derivabilità;
- c) studiare i limiti di f agli estremi del suo insieme di definizione.

Appello di gennaio 2006.

Esercizio 1. Data la funzione integrale

$$f(x) := \int_0^x \frac{\pi/2 - \arctan |1/t|}{(e^t - 1/e) \log(1 + |t|^{4/3})} dt$$

- a) determinarne l'insieme di definizione;
- b) determinarne l'insieme di derivabilità;
- c) studiarne i limiti agli estremi dell'insieme di definizione.

Esercizio 2. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = 2xy(x) + e^{x^2} \arctan |x| \\ y(0) = \alpha \end{cases}$$

- a) studiare esistenza ed unicità della soluzione al variare del parametro reale α ;
- b) posto $\alpha = 0$, determinare l'eventuale soluzione precisandone l'insieme di definizione.

Esercizio 3. Sia $f(x, y) := y^3 + 2x|y| - x^3$.

- a) Determinare, se esistono, gli estremi relativi di f in $\mathbb{R}^2$;
- b) determinare, se esistono, gli estremi assoluti di f in

$$A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y^3 - x^3 \leq 1, y \geq 0, x \leq 0\}.$$

Appello di febbraio 2006.

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x) := \begin{cases} \frac{x^2 - k}{\sqrt{x - 1}} & \text{per } x \geq \pi/2 \\ \frac{1}{(1 + \sin x) \tan x} & \text{per } x < \pi/2 \end{cases}$$

- a) per quali $k \in \mathbb{R}$ (se ne esistono) f ha primitive in $(-2, +\infty) \cap \text{dom}(f)$?
 b) Per tali valori di k determinare tutte le primitive di f in $(2, +\infty) \cap \text{dom}(f)$.

Esercizio 2. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) \arcsin 1/\sqrt{y(x)} = x, \\ y(x_o) = y_o \end{cases}$$

- a) studiare esistenza ed unicità della soluzione al variare di x_o, y_o in $\mathbb{R}$.
 b) Siano $x_o = 1, y_o = 4$. Determinare una formulazione implicita della soluzione.
 c) Siano $x_o = 1, y_o = 4$. Disegnare il grafico di y in un intorno di x_o , precisando la convessità.

Esercizio 3. Data la funzione

$$f(x, y) := |x + y| + \sqrt{\frac{(1 - \cos y) \log(1 + |x|)}{x^2 + y^2}}$$

- a) determinarne l'insieme di definizione;
 b) stabilire se essa è prolungabile per continuità in $(0, 0)$;
 c) in caso affermativo, stabilire se la funzione così prolungata è differenziabile in $(0, 0)$.

Altro appello di febbraio 2006.

Esercizio 1. Data l'equazione differenziale

$$y''(x) + 2y'(x) + \alpha y(x) = \cos x \quad (\alpha \in \mathbb{R})$$

- a) stabilire per quali valori reali di α (se ne esistono) tutte le soluzioni dell'equazione sono limitate in $(0, +\infty)$.
 b) Sia ora $\alpha = 1$; determinare l'integrale generale dell'equazione.

Esercizio 2. Sia data la funzione integrale

$$f(x) := \int_x^{+\infty} \frac{\arcsin[2t/(1+t^2)]}{\sqrt[5]{t} \sqrt[3]{\pi/2 + \arctan t}} dt$$

- a) Determinare l'insieme di definizione di f ;
 b) studiare l'esistenza dei limiti di f agli estremi del suo insieme di definizione;
 c) determinare l'insieme di derivabilità e disegnare il grafico di f .

Esercizio 3. Siano dati la funzione

$$f(x, y) := \begin{cases} (x^2 - y) \log(x^2 + y^2) & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

e l'insieme $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1/2, |y| \leq 1/2\}$.

- a) Studiare l'esistenza degli estremi assoluti di f in D .
 b) In caso affermativo, determinare gli estremi assoluti di f in D .