

Esercizio 1. Data la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (x-3)^{2n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \quad (x \in \mathbb{R})$$

stabilire se la serie converge, al variare del parametro reale x .

Esercizio 2. Determinare gli eventuali punti di massimo e minimo relativo ed assoluto della funzione $f(x, y) := xy^2 \log(x+1)$ nell'insieme $A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1/2, |y| \leq 1\}$

Esercizio 3. Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) + |x|y(x) + 1 = 0 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

a) Dopo aver dimostrato l'esistenza ed unicità della soluzione $y(x)$ se ne calcoli i limiti agli estremi del dominio.

b) Stabilire quante volte la soluzione è derivabile in tutto il suo dominio.

c) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(y(x))^2}{1 - \cos x}$$