

**Esercizio 1.** Sia  $f(x, y) := (x^2 - y) \left( x^2 - \frac{y}{3} \right)$ .

- (a) Determinarne: dominio, insieme dei punti di continuità e insieme dei punti di differenziabilità.
- (b) Determinare e rappresentare la curva di livello:  $f(x, y) = 0$ .
- (c) Determinare, se esistono, i punti di estremo locali e globali di  $f$  ed i relativi valori di estremo locali e globali.
- (d) Determinare l'immagine di  $f$ .

**Esercizio 2.** Si consideri la funzione:  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 2kx + 1}$ .

- (a) Sia  $k = 1/2$ . Calcolare, se esiste, l'integrale  $\int_0^1 f(x) dx$ .
- (b) Sia  $k = 1$ . Tracciare il grafico di  $F(x) = \int_0^x e^t f(t) dt$ . Specificare inoltre intervalli di monotonìa, convessità e invertibilità.
- (c) Per quali valori reali di  $k$  la funzione  $f$  risulta integrabile in  $[0, 1]$ ?

**Esercizio 3.** Sia  $f(x) = \log \left( 2x + \frac{1}{x} \right) - \frac{1}{6x}$ .

- (a) Si determini il dominio  $I$  di  $f$  e si calcolino i limiti di  $f$  agli estremi di  $I$ ;
- (b) si studi la monotonìa di  $f$ ;
- (c) si determinino gli zeri e gli estremi relativi e/o assoluti di  $f$ ;
- (d) si trovi un intorno  $J$  di  $x_0 = 1$  in cui  $f$  è invertibile e, se esiste, si scriva la retta tangente al grafico di  $g$  nel punto  $(f(1), 1)$ , dove  $g$  è l'inversa della restrizione  $f|_J$ .