

Esercizio 1. Sia data la funzione $f(x) := |x|(\pi/2 - \arctan x)$.

- a) [punti 3] Determinarne l'insieme di definizione, di continuità, di derivabilità;
- b) [punti 3] studiarne monotonia ed eventuali punti di massimo o minimo relativo ed assoluto;
- c) [punti 4] studiarne convessità, flessi, asintoti;
- d) [punti 5] posto $a_n := f(n)$ ($n \in \mathbb{N}$), alla luce delle risposte precedenti determinare (se esistono) $\max_n a_n$, $\min_n a_n$, $\sup_n a_n$, $\inf_n a_n$, $\lim_n a_n$.

Esercizio 2. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = e^{-x^2} - \cos(x\sqrt{2}).$$

- 1) [punti 5] Calcolare (se esiste) l'ordine di infinitesimo di f per $x \rightarrow 0$.
- 2) [punti 5] $\forall \alpha \in \mathbb{R}$, calcolare (se esiste)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{(\alpha + \cos x)^2}.$$

- 3) [punti 5] Provare che $|f(1) - \frac{1}{e}| \leq \frac{1}{6}$. [**Suggerimento:** sfruttare l'uguaglianza $f(1) = \frac{1}{e} - \cos \sqrt{2}$; utilizzare la formula di Taylor con resto di Lagrange per la funzione coseno].