

Esercizio 1. Sia $f(x) = \arctan x + \ln(1 + x^2) - |x|$.

- a) Calcolare i limiti di f agli estremi del suo insieme di definizione.
- b) Studiare la derivabilità di f in 0.
- c) Studiare la monotonia di f .
- d) Determinare lo sviluppo di Taylor di ordine 2 di f in $x_0 = 1$.

Esercizio 2. Data la funzione integrale

$$f(x) := \int_2^x \frac{e^t \log(5-t)}{\sqrt[3]{t^2 - 3t - 4}} dt$$

- a) determinarne l'insieme di definizione;
- b) determinarne l'insieme di derivabilità;
- c) studiare i limiti di f agli estremi dell'insieme di definizione.

Esercizio 3. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{e^{y(x)} + 1}{e^{y(x)}} x \\ y(0) = \alpha \end{cases}$$

- 1) Studiare l'esistenza e l'unicità per le soluzioni del problema dato al variare del parametro reale α .
- 2) Determinare la soluzione (o le soluzioni) per $\alpha = 0$, specificandone l'insieme di definizione.