

Esercizio 1. Si consideri la seguente funzione integrale:

$$f(x) := \int_2^x \frac{\sqrt[7]{t^2 - \arctan(t^2)}}{(t+3)(e^t - 1)} dt$$

- a) in base alla teoria degli integrali impropri, determinarne l'insieme di definizione;
- b) determinarne l'insieme di derivabilità;
- c) determinarne gli intervalli di crescita e decrescenza, ed eventuali punti di massimo o minimo relativo ed assoluto;
- d) stabilire se esistono asintoti (verticali, orizzontali, obliqui);
- e) determinare un maggiorante di $|f(1)|$.

Esercizio 2. Per ogni $k \in \mathbb{R}$ si consideri l'equazione differenziale

$$(*) \quad (k^2 + k)y''(x) + (k^2 - 1)[y'(x)]^2 - y'(x) - y(x) = e^{kx} - e^x$$

- 1) determinare l'ordine dell'equazione differenziale (*) al variare del parametro k ;
- 2) stabilire per quali valori reali di k (se ce ne sono) l'equazione differenziale (*) è lineare;
- 3) per $k = 1$ determinare tutte le soluzioni in \mathbb{R} dell'equazione differenziale (*);
- 4) per $k = -1$ determinare tutte le soluzioni in \mathbb{R} dell'equazione differenziale (*) che soddisfano la condizione iniziale $y(0) = 1/2$.