

Esercizio 1. Data la funzione integrale

$$f(x) := \int_2^x \frac{\sqrt[5]{\arctan t} \ln |t|}{(t^2 + 2t - 3)\sqrt{|t| - \ln(1 + |t|)}} dt$$

- sulla base della teoria degli integrali impropri, determinarne l'insieme di definizione I ;
- determinarne l'insieme di derivabilità;
- studiarne gli eventuali limiti agli estremi di I , precisando, in caso di esistenza, se sono reali o meno.

Esercizio 2. Siano

$$A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq 0\} \setminus \{(0, 0)\}$$

e $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{e^{xy} - \cos(xy)}{x^2 + y^2} & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \\ \frac{y \operatorname{arctg}(x)}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } (x, y) \in A \end{cases} .$$

- Stabilire se f è continua su \mathbb{R}^2 ;
- stabilire se f è differenziabile in $(0, 0)$;
- stabilire se $f|_A$ è limitata;
- stabilire se f è limitata su \mathbb{R}^2 ;
- stabilire se esiste il $\lim_{(x,y) \rightarrow \infty} f(x, y)$ ed, in tal caso, calcolarlo;
- stabilire se f ha in $(0, 0)$ un punto di estremo relativo.