

Esercizio 1. Data la funzione integrale

$$f(x) := \int_2^x \frac{\sqrt[3]{\sin t}}{(|t| + \arctan t)\sqrt{|e^t - e|}} dt$$

- a) determinarne l'insieme di definizione;
- b) determinarne l'insieme di derivabilità;
- c) studiarne i limiti agli estremi dell'insieme di definizione.

Esercizio 2. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1 - x}{x^2} + a & \text{se } x < 0 \\ b \ln(x + 1) & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

- 1) Determinare i parametri a e b in modo che f risulti continua in tutto il suo insieme di definizione.
- 2) Al variare di $a, b \in \mathbb{R}$, dove esiste, calcolare $f'(x)$.
- 3) Al variare di $a, b \in \mathbb{R}$, calcolare i limiti di f agli estremi del suo insieme di definizione.

Esercizio 3. Data l'equazione differenziale

$$y''(x) - 4y'(x) + 5y(x) = 2xe^{2x}$$

- 1) Determinare tutte le soluzioni dell'equazione data che siano limitate in $(-\infty, 0]$.
- 2) Determinare tutte le soluzioni dell'equazione data tali che $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.