Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x,y) := |\cos(xy)| + \frac{(e^{x+y}-1)\log(1+y-x^2)}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

a) determinarne (e disegnarne) l'insieme di definizione;

b) stabilire se la funzione è prolungabile per continuità nell'origine;

c) in caso affermativo, stabilire se la funzione così prolungata ammette le derivate parziali nell'origine;

d) in caso affermativo, stabilire se la funzione prolungata è differenziabile nell'origine.

Esercizio 2. Siano a, b costanti reali e sia

$$f(x) := \begin{cases} e^{-ax^2} & \text{se } x < 0, \\ b & \text{se } x = 0, \\ x^x & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

1) Determinare, se esistono, i valori a, b per i quali la funzione sia continua nel suo insieme di definizione.

2) Al variare di a, b, dove esiste, calcolare $f'(x)$.

3) Sia $b = 2$. Al variare di $a \in \mathbb{R}$, studiare la monotonia di f e calcolare i limiti di f agli estremi del suo insieme di definizione.

Esercizio 3. Siano

$$g(t) = \frac{\ln(1+\sqrt[3]{t})}{t(e^t - e)}$$

ed $f(x) = \int_{-1/2}^{x} g(t)dt$.

a) Determinare l'insieme di definizione della funzione f.

b) Studiare i limiti di f agli estremi del suo insieme di definizione.

c) Dove esiste, calcolare $f'(x)$ e studiare la monotonia di f.

d) Determinare l'ordine di infinitesimo di f per $x \to -1/2$.