

Esercizio 1. Sia k un parametro reale e sia data la funzione

$$f(x) := \frac{\pi/2 - \arctan x}{\sqrt{kx - \arctan x - \log(1+x)}}$$

- a) determinarne gli eventuali valori del parametro k per i quali la funzione sia definita almeno in $(0, +\infty)$;
b) per i valori di k di cui al punto precedente, studiare la convergenza dell'integrale improprio $\int_0^{+\infty} f(t) dt$

Esercizio 2. Sia

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} - b & \text{se } x < 1/e \\ a & \text{se } x = 1/e \\ \ln |\ln x| & \text{se } x > 1/e \end{cases}$$

- i) Determinare l'insieme di definizione I di f e trovare per quali valori dei parametri reali a e b la funzione f risulta continua in I .
ii) Calcolare $f'(x)$ al variare dei parametri reali a e b .
iii) Per i valori dei parametri trovati al punto i), disegnare il grafico di f .

Esercizio 3. Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{xy} - \sin \sqrt[3]{xy}}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) Verificare se la funzione f risulta continua in $(0, 0)$;
b) Verificare se la funzione f risulta differenziabile in $(0, 0)$;
d) Calcolare, se esiste, $\frac{\partial f}{\partial x}(-1, 1)$.