

Esercizio 1. Sia

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\ln(2^x - 1)} & \text{se } x > 0 \\ a & \text{se } x = 0 \\ b + \arctan(1/x) & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

- 1) Determinare l'insieme di definizione di f ;
- 2) studiare la continuità di f in $x_0 = 0$ al variare di $a, b \in \mathbb{R}$;
- 3) dove esiste, calcolare $f'(x)$;
- 4) studiare la monotonia di f .

Esercizio 2. Data l'equazione differenziale

$$y'''(x) + 4y''(x) + 13y'(x) = 3e^{-2x} + 3x$$

- a) Determinare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata e, se formano uno spazio vettoriale, determinarne la dimensione.
- b) Determinare tutte le soluzioni dell'equazione omogenea associata limitate in $(0, +\infty)$.
- c) Determinare tutte le soluzioni dell'equazione data.

Esercizio 3. Data la funzione integrale

$$f(x) := \int_3^x \frac{\sqrt[3]{e^t - 1}}{\sqrt[3]{\log |t|}(\arctan t + |t|)} dt$$

- a) secondo la teoria degli integrali impropri, determinarne l'insieme di definizione;
- b) determinarne l'insieme di derivabilità;
- c) studiarne i limiti agli estremi dell'insieme di definizione.