

a

Analisi matematica I – Ingegneria civile ed ambientale

Prova scritta d'esame – 8 gennaio 2015

COGNOME _____ NOME _____

numero di matricola

| | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|

N.B. Giustificare ogni affermazione.

Esercizio 1. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = 2x[\tan(x^2)y(x) + \sin(x^2)] \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

- (a) Stabilire di che tipo è l'equazione.
- (b) Determinare il più grande intervallo, contenente il punto iniziale, in cui esiste ed è unica la soluzione del problema.
- (c) Calcolare la soluzione (o le soluzioni).

a

Analisi matematica I – Ingegneria civile ed ambientale
Prova scritta d'esame – 8 gennaio 2015

COGNOME _____ NOME _____

numero di matricola

| | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|

N.B. Giustificare ogni affermazione.

Esercizio 2. Sia a una costante reale e sia

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x^2 - 1} & \text{se } x \leq 0, \\ \frac{1}{\ln(e^x - 1)} - 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

- 1) Determinare l'insieme di definizione di f .
- 2) Studiare la continuità di f al variare di $a \in \mathbb{R}$.
- 3) Al variare di $a \in \mathbb{R}$, dove esiste, calcolare $f'(x)$.
- 4) Per $a = 1$, studiare la monotonia di f e disegnarne il grafico.

a

Analisi matematica I – Ingegneria civile ed ambientale
Prova scritta d'esame – 8 gennaio 2015

COGNOME _____ NOME _____

numero di matricola

| | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|

N.B. Giustificare ogni affermazione.

Esercizio 3. Sia

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin x^2 y}{\sqrt{x^4 + y^2}} & \text{se } y > 0, \\ \sqrt{x^4 + y^2} & \text{se } y \leq 0 \end{cases}$$

- a) Verificare se f è continua in $(0, 0)$.
b) Verificare se esistono $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$ e se f è differenziabile in $(0, 0)$.
c) Se esiste, calcolare $\frac{\partial f}{\partial x}(1, 2)$.