

Esercizio 1. Sia data la funzione integrale

$$f(x) := \int_2^x \frac{1 - e^{\arctan t}}{(t-4)^2 \log(1+|t|)} dt$$

- 1) determinare l'insieme di definizione di f e studiare i limiti di f agli estremi di tale insieme;
- 2) dove esiste calcolare $f'(x)$ e studiare la monotonia di f ;
- 3) se f è infinitesima per $x \rightarrow 2$, calcolarne l'ordine (se esiste).

Esercizio 2. Sia $f(x) = \ln(1+x^2) + x - \arctan x$

- 1) Determinare l'insieme di definizione I di f e i limiti agli estremi dell'insieme I .
- 2) Studiare la monotonia di f e, se esistono, trovare i massimi e i minimi assoluti e relativi di f .
- 3) Sviluppare f in formula di McLaurin di ordine 4 e determinare l'ordine di infinitesimo di f per $x \rightarrow 0$.
- 4) Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, calcolare $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - x^2}{x^\alpha}$.

Esercizio 3. Data l'equazione differenziale

$$y''(x) + (4 - 3k)y'(x) - 12y(x) = 0 \quad \text{con } k \in \mathbb{R}.$$

- 1) Al variare di $k \in \mathbb{R}$, determinare l'integrale generale, specificando se risulta uno spazio vettoriale.
- 2) Sia $k = -4/3$, determinare tutte le soluzioni dell'equazione

$$y''(x) + 8y'(x) + 16y(x) = x + e^x$$

.