

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x, y) := \sqrt{x^2 + 2y^2} \arctan \left(\frac{xy}{x^4 + y^2} \right)$$

- a) stabilire se f è prolungabile per continuità in $(0, 0)$;
- b) in caso affermativo, stabilire se la funzione così prolungata è differenziabile in $(0, 0)$;
- c) stabilire se la funzione è parzialmente derivabile in $(0, 1)$ ed in caso affermativo calcolare $(\partial f / \partial x)(0, 1)$.

Esercizio 2. Sia $f(x) = (\arctan x)e^{\arctan x}$.

- a) Determinare l'insieme di definizione I di f e calcolare i limiti di f agli estremi di I ,
- b) dove esiste, calcolare f' ,
- c) studiare la monotonia di f ,
- d) determinare gli eventuali massimo e minimo assoluti e relativi di f e disegnare il grafico della funzione.

Esercizio 3. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{e^{y(x)} - 1}{e^{y(x)}(x + 2)} \\ y(-1) = k \end{cases}$$

- 1) stabilire per quali valori del parametro reale k il problema ha una ed una sola soluzione in un intorno del punto iniziale.
- 2) determinare la soluzione (o le soluzioni) per $k = 0$,
- 3) determinare la soluzione (o le soluzioni) per $k = 1$.