Esercizio 1. Sia data la funzione

$$f(x,y) := x^4 + kxy + y^2 + y$$

essendo k un parametro reale.
a) [p. 2] È possibile determinare il parametro k in modo che la funzione f abbia in $(3,1)$ un punto di massimo o minimo relativo?
b) [p. 3] Sia d'ora in avanti $k = -1$. Stabilire se la funzione f è limitata nell'insieme

$$A := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x = y^2, -1 \leq y \leq 2\}$$

c) [p. 5] Data la funzione $g(x,y) := f(x,y)/\sqrt[4]{x^2+y^2}$ stabilire se essa è prolungabile per continuità nell'origine;
d) [p. 5] nel caso di risposta affermativa alla domanda precedente, stabilire se la funzione g, prolungata nell'origine definendola ivi uguale al suo limite, è differenziabile nell'origine.

Esercizio 2. Sia $f : \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = e^{ax^2} - \frac{\arctan x}{x} \qquad (\text{con } a \in \mathbb{R})$$

1) [p. 2] Stabilire per quali valori del parametro a (se ce ne sono) la funzione f è infinitesima per $x \to 0$;
2) [p. 8] per i valori di a di cui al punto 1), determinare (se esiste) l'ordine di infinitesimo di $f(x)$ per $x \to 0$, al variare del parametro a;
3) [p. 2] stabilire per quali valori del parametro a (se ce ne sono) la funzione f è infinitesima per $x \to +\infty$;
4) [p. 3] per i valori di a di cui al punto 3), determinare (se esiste) l'ordine di infinitesimo di $f(x)$ per $x \to +\infty$, al variare del parametro a.